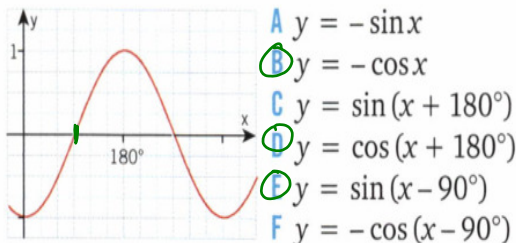


Prov2 - 11:e oktober

Inga räknare tillåtas
Svara exakt och visa alla beräkningar till varje fråga
Försök att besvara alla frågor.

① Vilka av de sex funktionerna ger grafen?



② Förenkla

a) $2 \cos^2 x - \cos 2x$ b) $\frac{\sin 2x}{\sin x \cos x}$

a) $2 \cos^2 x - (\cos^2 x - \sin^2 x)$
 $2 \cos^2 x - \cos^2 x + \sin^2 x$
 $\cos^2 x + \sin^2 x$
 1

b) $\frac{2 \sin x \cos x}{\sin x \cos x} = 2$

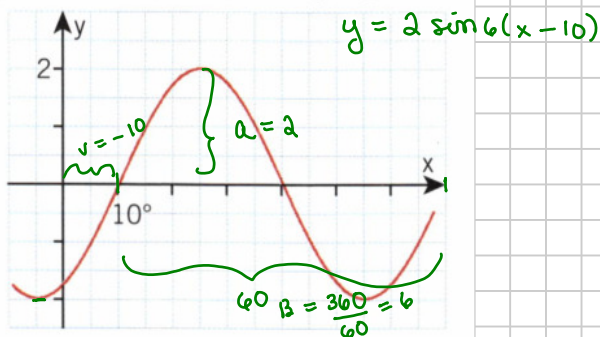
③ Derivera

a) $y = 2 \cos 6x$ b) $y = (2x + x^2)^4$
 c) $y = x - 3 \cos 2x$

a) $y' = 2 \sin 6x \cdot 6 = -12 \sin 6x$ b) $y' = 4(2x + x^2)^3 \cdot (2 + 2x)$

c) $y' = 1 + 3 \sin 2x \cdot 2 = 1 + 6 \sin 2x$

④ Bestäm en funktion av typen $y = a \sin b(x + v)$ som ger grafen



⑤ $f(x) = 3 \sin x - 4 \cos x$. Bestäm

a) $f'(x)$ b) $f'(0)$

c) $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

a) $f'(x) = 3 \cos x + 4 \sin x$

b) $f'(0) = 3 \cos 0 + 4 \sin 0 = 3$

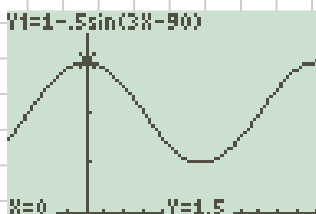
c) $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 \cos \frac{\pi}{2} + 4 \sin \frac{\pi}{2} = 4$

⑥ Funktionen $y = A \sin 3x - 1$ har minsta värdet -5 . Bestäm värdet på A samt funktionens största värde.

min: $A \sin 3x - 1$
 $A(-1) - 1 = -5$
 $-A - 1 = -5$
 $-A = -4$
 $A = 4$

$y = 4 \sin 3x - 1$

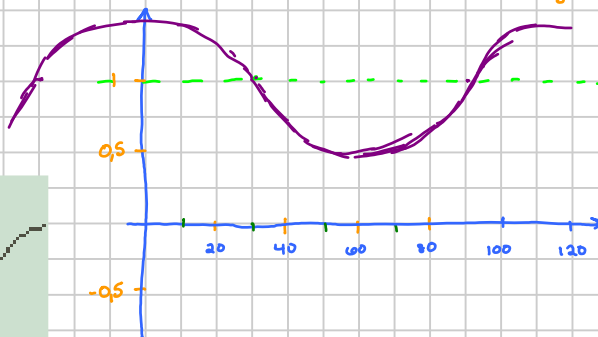
Max $y = 4 - 1 = 3$



⑦

Skissa grafen till $y = 1 - 0.5 \sin(3x - 90^\circ)$.

$y = 1 - 0.5 \sin 3(x - 30^\circ)$
 period = $\frac{360}{3} = 120$



8

I Varberg varierar solstrålningens intensitet y mätt i W/m^2 enligt

$$y = 13 - 50 \cos \frac{\pi}{12} x \quad \text{då } 6 \leq x \leq 18$$

där $x = 6$ motsvarar klockan 06.00 och $x = 18$ motsvarar 18.00.

- Bestäm intensiteten klockan 06.00 och 10
- Vilken är den största respektive minsta intensiteten?
- När händer dessa?

a) klockan 6 $x = 6$

$$y = 13 - 50 \cos \frac{\pi}{12} \cdot 6 = 13 - 50 \cdot 0 = 13$$

klockan 10 $x = 10$

$$y = 13 - 50 \cos \frac{\pi}{12} \cdot 10 = 13 - 50 \cos \frac{5\pi}{6}$$

b) $\max = 13 + 50 = 63$
 $\min = 13$

c) Max vid 12.00
 Min vid 6.00 \leq 18.00

9

Förenkla följande uttryck:

a) $\sin(x + \pi/3) + \sin(x - \pi/3)$

b) $\cos(x - \pi/6) - \cos(x + \pi/6)$

c) $\tan(-6\pi) + \cos(\frac{9\pi}{4})$

d) $\sin(\frac{-3\pi}{4}) + \cos(\frac{-\pi}{4})$

a) $\sin x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos x + \sin x \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \cos x$

$$2 \sin x \cos 60 = \frac{2\sqrt{3}}{2} \sin x = \sqrt{3} \sin x$$

b) $\cos x \cos \frac{\pi}{6} + \sin x \sin \frac{\pi}{6} + (\cos x \cos \frac{\pi}{6} - \sin x \sin \frac{\pi}{6})$

$$2 \sin x \sin 30 = \frac{2 \cdot 1}{2} \sin x = \sin x$$

c) $\frac{\sin(-6\pi)}{\cos(-6\pi)} + \cos(2\pi + \frac{\pi}{4}) \rightarrow 45^\circ$

$$\frac{\sin 0}{\cos 0} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

d) $-\sin(\frac{3\pi}{4}) + \cos(\frac{\pi}{4}) = -\sin \frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

10

Beräkna y'

a) $y = \frac{2}{3} \sin^3(2x^2 + 3)$

b) $y = \sqrt[3]{\cos^2(x^3) + 3x}$

a) $y' = \frac{2}{3} \cdot 3 \sin^2(2x^2 + 3) \cos(2x^2 + 3) \cdot 4x$
 $= 8x \sin^2(2x^2 + 3) \cos(2x^2 + 3)$

b) $y' = \frac{1}{3} (\cos^2(x^3) + 3x)^{-\frac{2}{3}} (2 \cos(x^3) \sin(x^3) \cdot 3x + 3)$

11

Lös ekvationen $\sin 2x = \cos(0,5\pi - x)$ för $0 < x < 2\pi$

$$2 \cos x \sin x = \cos 0,5\pi \cos x + \sin 0,5\pi \sin x$$

$$2 \cos x \sin x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \quad \cos x = \frac{1}{2}$$

$x = \pi n$
 $n = 0 \quad x = 0$ utanför

$n = 1 \quad x = \pi$

$n = 2 \quad x = 2\pi$ utanför

$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

$n = 0 \quad x = \frac{\pi}{3}$

$n = 1 \quad x = \frac{3}{3} 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

$\{\frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}\}$

12

En trigonometrisk ekvation har

lösningarna $x_1 = \frac{\pi}{8} + n \cdot \pi$ och

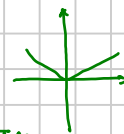
$$x_2 = \frac{3\pi}{8} + n \cdot \pi$$

Vilken är ekvationen?

$$x_1 = \left(\frac{\pi}{8} + \pi n\right)^2 = \frac{2\pi}{8} + 2\pi n$$

$$x_2 = \left(\frac{3\pi}{8} + \pi n\right)^2 = \frac{2 \cdot 3\pi}{8} + 2\pi n$$

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



13

Beräkna genom att använda derivatans definition.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$y = \tan(x)$$

gränsvärden $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0$ och $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan(x+h) - \tan x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin(x+h)}{\cos(x+h)} - \frac{\sin x}{\cos x}}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) \cos x - \sin x \cos(x+h)}{h \cdot \cos(x+h) \cos x}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sin x \cos h + \sin h \cos x) \cos x - \sin x (\cos x \cos h - \sin x \sin h)}{h \cdot \cos(x+h) \cos x}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{\sin x \cos h \cos x} + \sin h \cos^2 x - \cancel{\sin x \cos x \cos h} + \sin^2 x \sin h}{h \cdot \cos(x+h) \cos x}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h (\cos^2 x + \sin^2 x)}{h \cos(x+h) \cos x} = [h \rightarrow 0] \frac{1}{\cos(x+0) \cos x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$