

Ma4 Na3/Te3 - Prov 1 Trigonometri

Note Title

2014-09-25

Grafräknare ej tillåten

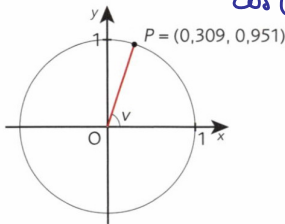
E nivå frågor

① Bestäm med hjälp av figuren

a) $\sin v = 0,951$

b) $\cos v = 0,309$

c) $\tan(90^\circ - v) = \frac{\sin(90-v)}{\cos(90-v)} = \frac{\cos v}{\sin v} = \frac{0,309}{0,951}$



② Derivera

a) $f(x) = \sin 2x$ $f' = 2 \cos 2x$

b) $g(x) = (4x+1)^5$ $g' = 5(4x+1)^4 \cdot 4 = 20(4x+1)^4$

③ Byt $5\pi/6$ radian till grader.

visa alla beräkningar.

π radian
180 grader

$$\frac{5\pi}{6} \cdot \frac{180}{\pi} = 150$$

④ Förenkla $\cos(90^\circ - x)$ och $\sin(180^\circ - x)$

$$\cos 90^\circ \cos x + \sin 90^\circ \sin x$$

$$\sin x$$

$$\sin 180^\circ \cos x - \cos 180^\circ \sin x$$

$$\sin x$$

⑤ Visa att $\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4}) = \cos x - \sin x$

$$\sqrt{2} \left(\cos x \cos \frac{\pi}{4} - \sin x \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x \right)$$

$$\frac{2 \cos x}{2} - \frac{2 \sin x}{2}$$

$$\cos x - \sin x$$

⑥ Bestäm största och minsta värde av funktionen f då

c) $f(x) = 2 \sin 2x + 1$

d) $f(x) = 3 - 4 \cos 2,5x$

c) störst = $2+1=3$
minst = $-2+1=-1$

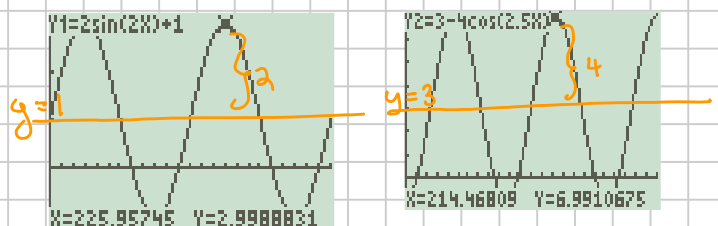
d) störst = $3+4=7$
minst = $3-4=-1$

⑦ Bevisa att summan av två på varandra följande heltal är ett udda tal.

① $n, n+1$ är två på varandra följande tal där x är ett heltal

② $n+n+1 = 2n+1$

③ i och med att den har +1 är den inte delbart med 2 och därför udda vs B



8 Lös för alla x mellan 0 och 360 grader

$$2 \sin x \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$
$$x = 0^\circ; 180^\circ$$

$$2 \cos x - 1 = 0$$
$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \pm 60$$
$$x = 60^\circ; 300^\circ$$

9

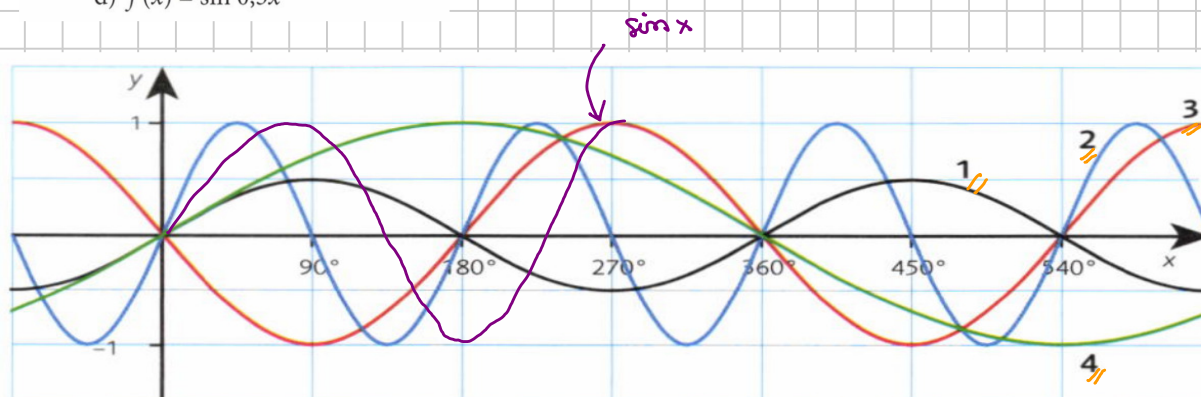
Para ihop funktionerna i a) till d) med rätt graf 1 - 4.

a) $f(x) = -\sin x$ 3

b) $f(x) = \sin 2x$ 2

c) $f(x) = 0,5 \sin x$ 1

d) $f(x) = \sin 0,5x$ 4



C nivå frågor

10

Lös följande om vinkeln ligger i andra kvadranten:

$$\cos\left(\sin^{-1}\left(-\frac{12}{13}\right)\right)$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\cos^2 x + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - \frac{144}{169}$$

$$\cos^2 x = \frac{25}{169}$$

$$\cos x = \pm \frac{5}{13}$$

II kvadrant

$$\cos x = -\frac{5}{13}$$

11) Lös för alla x mellan 0 och 360 grader

$$2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0$$

$$(2 \sin x - 1)(\sin x + 3) = 0$$

$$2 \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = 30^\circ; 150^\circ$$

$$\sin x + 3 = 0$$

$$\sin x = -3$$

förkastbar

12) Visa att:

$$1060 \quad \frac{\sin x}{1 + \cos x} - \frac{1}{\sin x} = -\frac{1}{\sin x (1 + \cos x)}$$

$$= \frac{\sin^2 x - 1 - \cos x}{\sin x (1 + \cos x)}$$

$$= \frac{1 - \cos^2 x - 1 - \cos x}{\sin x (1 + \cos x)} = -\frac{\cos x (1 + \cos x)}{\sin x (1 + \cos x)}$$

$$= -\frac{1}{\frac{\sin x}{\cos x}} = -\frac{1}{\tan x} \quad \text{VSB}$$

eller:

Förlängning med konjugatet till nämnaren och trigonometriska ettan ger

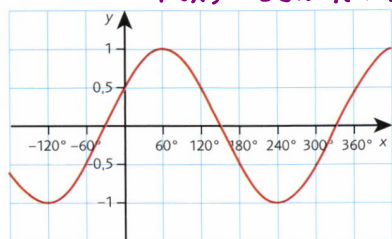
$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{1 + \cos x} - \frac{1}{\sin x} &= \frac{\sin x(1 - \cos x)}{(1 + \cos x)(1 - \cos x)} - \frac{1}{\sin x} = \\ &= \frac{\sin x(1 - \cos x)}{1 - \cos^2 x} - \frac{1}{\sin x} = \\ &= \frac{\sin x(1 - \cos x)}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin x} = \\ &= \frac{1 - \cos x - 1}{\sin x} = -\frac{1}{\tan x} \end{aligned}$$

13)

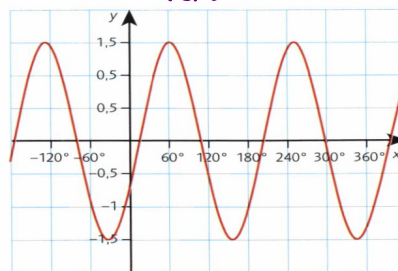
Grafen visar funktionen

$f(x) = A \sin k(x + B^\circ)$. Bestäm A, k och B.

a) $f(x) = \sin x + 30$



b) $f(x) = 1.5 \sin 2(x - 15)$



14)

a) Derivera $f(x) = \frac{1}{(2x-3)^2}$

$$= (2x-3)^{-2} \quad a) \quad f' = -2(2x-3)^{-3} \cdot 2 = \frac{-4}{(2x-3)^3}$$

b) Derivera $g(x) = \frac{1}{(3-2x)^2}$

$$b) \quad g' = -2(3-2x)^{-3} \cdot (-2) = \frac{4}{(3-2x)^3} = \frac{4}{(-1)^3(2x-3)^3}$$

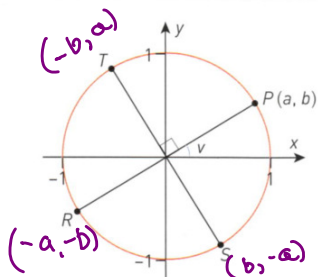
c) Blir det samma resultat? Varför/varför inte?

c) ja, egentligen är funktionerna samma sak eftersom binomen i nämnaren kvadreras

Avancerade frågor

15

Punkten P har koordinaterna (a, b) .



- Bestäm koordinaterna för punkterna T , R och S i bilden.
- Använd resultatet i a för att visa sambandet $\sin v = \cos(v + 270^\circ)$ och $\cos v = -\sin(v + 270^\circ)$.

- 1114 a) $T = (-b, a)$ $R = (-a, -b)$
 $S = (b, -a)$
 b) Om v motsvarar P , gäller att $v + 270^\circ$ motsvarar S . Från bilden ser vi att $\sin v = b = \cos(v + 270^\circ)$ och att $\cos v = a = -\sin(v + 270^\circ)$.

$$\cos v = a$$

$$\sin v = b$$

$$\cos(v + 90^\circ) = -\sin v = -b$$

$$\sin(v + 90^\circ) = \cos v = a$$

$$P \quad S$$

$$\sin v = \cos(v + 270^\circ)$$

$$b = b$$

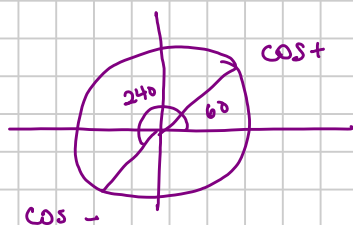
$$\cos v = -\sin(v + 270^\circ)$$

$$a = -(-a) = a$$

16

Grafen till $y = A \cos x + B$ skär y -axeln i $y = 2$ och antar sitt största värde $y = 6$ för $x = 180^\circ$.
 Bestäm funktionsvärdet då $x = 240^\circ$.

- när $x = 0$ skär den y -axeln
 $2 = A \cos 0 + B$
 $2 = A + B$
- $6 = A \cos 180 + B$
 $6 = -A + B$
 $B = 6 + A$
 $2 = A + 6 + A$
 $-4 = 2A$
 $A = -2$
 $B = 6 - 2 = 4$



$$y = -2 \cos 240 + 4$$

$$= 2 \cos 60 + 4$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{2} + 4 = 5$$